三角関数の公式一覧

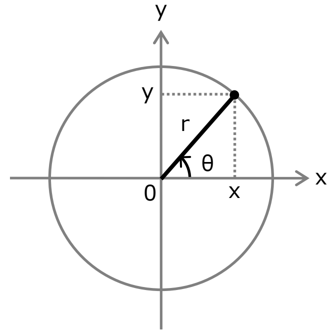
第2種電気主任技術者試験学習教材 / 制作者 かわっち / 電験3種WebHandMade

・三角関数の定義

① $\sin\theta = \dfrac{y}{r}$

② $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$

③ $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$



x、y：座標　r：長さ

④ $\dfrac{1}{\sin\theta} = \mathrm{cose}\,\theta$

⑤ $\dfrac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

⑥ $\dfrac{1}{\tan\theta} = \cot\theta$

・逆三角関数

① $\theta = \sin^{-1}\dfrac{y}{r}$

② $\theta = \cos^{-1}\dfrac{x}{r}$

③ $\theta = \tan^{-1}\dfrac{y}{x}$

・三角関数の相互関係

① $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

② $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

③ $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

・三角関数 $(-\theta)$ の変換

① $\sin(-\theta) = -\sin\theta$

② $\cos(-\theta) = \cos\theta$

③ $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

・三角関数 $(\theta + \pi)$ の変換

① $\sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$

② $\cos(\theta + \pi) = -\cos\theta$

③ $\tan(\theta + \pi) = \tan\theta$

・三角関数 $\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right)$ の変換

① $\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$

② $\cos\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta$

③ $\tan\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\cot\theta$

・三角関数 $(\pi - \theta)$ の変換

① $\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$

② $\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$

③ $\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$

・三角関数 $\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$ の変換

① $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

② $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$

③ $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$

・オイラーの公式

三角関数と指数関数を結びつける式

$$e^{\pm j\theta} = \cos\theta \pm j\sin\theta$$　j：虚数単位

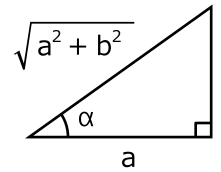
⇩

$$\sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{j2} \qquad \cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

・三角関数の合成

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2 + b^2}\,\sin(\theta + \alpha)$$

ただし、α は下記の直角三角形の角である。



$\alpha = \tan^{-1}\dfrac{b}{a}$

・加法定理

① $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

② $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

③ $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$

・加法定理から導くことができる公式

① 角の変換公式　※ $\sin(-\theta) = \sin(0 - \theta) = -\sin\theta$
加法定理を適用

② 2倍角の公式

③ 和を積に変換する公式

④ 積を和に変換する公式

⑤ 三角関数の合成

・2倍角の公式

① $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

② $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
$= 1 - 2\sin^2\theta$
$= 2\cos^2\theta - 1$

③ $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

・2倍角の公式②から

① $\sin^2\theta = \dfrac{1 - \cos 2\theta}{2}$

② $\cos^2\theta = \dfrac{1 + \cos 2\theta}{2}$

※ $\theta \to \dfrac{\theta}{2}$ と置き換えれば、半角の公式になる。

・積を和に変換する式（積和公式）

① $\sin A\cos B = \dfrac{1}{2}\{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$

② $\sin A\sin B = -\dfrac{1}{2}\{\cos(A+B) - \cos(A-B)\}$

③ $\cos A\cos B = \dfrac{1}{2}\{\cos(A+B) + \cos(A-B)\}$

・和を積に変換する式（和積公式）

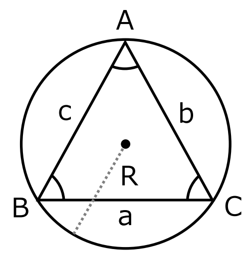
① $\sin A + \sin B = 2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

② $\sin A - \sin B = 2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

③ $\cos A + \cos B = 2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

④ $\cos A - \cos B = -2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

・正弦定理と余弦定理



R：外接円の半径

① $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

② $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

③ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

④ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

・三角形の性質

① 三角形の内角の和は180°である。

② 三角形の外角は、外角と隣り合わない
二つの内角の和に等しい。

③ 三角形の三つの頂点を通る円を外接円といい、
一つの三角形に一つの外接円が対応する。